

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۰۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلا مانع است.

۱	درستی یا نادرستی عبارت ها را مشخص کنید. الف) اگر S فضای نمونه‌ای یک پدیده تصادفی و A پیشامدی در این فضای نمونه‌ای باشد و متمم A را با A' نشان دهیم، در این صورت داریم: $A \cup A' \neq S$. ب) تابع $f(x) = -x^2 + 1$ با دامنه $[-1, 1]$ داده شده است، نقطه $(0, 1)$ متعلق به نمودار تابع است.	۰/۵
۲	خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است، الف) فضای نمونه‌ای جنسیت فرزندان این خانواده را مشخص کنید. ب) پیشامد A که در آن فقط ۱ فرزند این خانواده دختر باشد را مشخص کنید.	۱/۲۵
۳	از جعبه‌ای که حاوی ۸ سیب سالم و ۴ سیب خراب است، ۳ سیب به تصادف بر می‌داریم، مطلوب است احتمال آن که: الف) هر سه سیب خراب باشند. ب) تعداد سیب‌های سالم از تعداد سیب‌های خراب بیشتر باشد.	۱/۷۵
۴	چقدر احتمال دارد در یک تیم ۵ نفره، هیچ دو نفری در یک ماه از سال متولد نشده باشند.	۰/۷۵
۵	به ازای چه مقدار k ، معادله $\frac{k(x+3)}{2x-1} = \frac{k+22}{10}$ دارای جواب $x=3$ است؟	۰/۷۵
۶	دو تابع $y = x^2 + ax - 4b$ و $y = 4x - b$ با دامنه R داده شده‌اند، مقادیر a و b را طوری محاسبه کنید که نمودارهای این دو تابع روی محور x ها در نقطه‌ای به طول ۳ همدیگر را قطع کنند.	۱
۷	فرض کنید $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ و $\sin \beta = \frac{5}{13}$ و α حاده و β منفرجه باشد، عبارت: $\cos(\alpha + \beta)$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
۸	توابع $f(x) = \sqrt{x} + x$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ داده شده‌اند. الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(\frac{f-g}{2g})(1)$ را محاسبه کنید.	۱/۷۵
۹	با استفاده از نمودار، حاصل عبارت زیر را (در صورت وجود) به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3f(0)$	۱

ادامه سؤالات در صفحه دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	رشته: علوم تجربی	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۰۴	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۶		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	هر یک از حدهای زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x \tan x \cos x}{2x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{4x-x^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x}{x-2}$ د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{6x+7}$	۳/۵
۱۱	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع زیر در نقطه $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} ax+2 & x > 1 \\ 4 & x = 1 \\ \sqrt{2x^2+1}-2b & x < 1 \end{cases}$	۱/۵
۱۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع زیر را در نقطه $x=-1$ به دست آورید. $f(x) = \frac{1}{1-x}$	۱
۱۳	تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + x + 1$ داده شده است. الف) آهنگ متوسط تغییر این تابع را وقتی متغیر از نقطه $x_1 = 3$ به $x_2 = 5$ تغییر کند، تعیین کنید. ب) آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع را در نقطه $x_0 = 2$ به دست آورید.	۱/۵
۱۴	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $f(x) = \left(\frac{3x+1}{x}\right)^2$ ب) $g(x) = \sin \sqrt{x} \times \tan 3x$	۲
۱۵	جاهای خالی را با عبارت ریاضی مناسب پر کنید. الف) شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = x^2 + 3x$ در نقطه $x = -1$ برابر است. ب) دامنه مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{4-x}$ ، بازه است.	۰/۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۰۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (شهریور ماه) سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحات: ۴ و ۴۳)	۰/۵
۲	الف) (۰/۵) ب) (۰/۷۵) (صفحه: ۸)	۱/۲۵
۳	الف) (۰/۲۵) ب) (۰/۲۵) (صفحه: ۱۲)	۱/۷۵
۴	(صفحه: ۱۵)	۰/۷۵
۵	(صفحه: ۲۸)	۰/۷۵
۶	(صفحه: ۵۰)	۱
۷	(صفحه: ۳۷)	۱/۲۵

$$n(S) = \binom{12}{3} = 220 \quad (۰/۲۵) \quad p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{3}}{220} = \frac{4}{220} = \frac{1}{55} \quad (۰/۲۵)$$

$$p(B) = \frac{\binom{8}{2} \binom{4}{1} + \binom{8}{3}}{220} = \frac{168}{220} \quad (۰/۲۵)$$

$$p(A) = \frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} \times \frac{8}{12} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8}{12^4} \quad (۰/۲۵)$$

$$\frac{k(3+3)}{2(3)-1} = \frac{k+22}{10} \Rightarrow \frac{6k}{5} = \frac{k+22}{10} \Rightarrow k=2 \quad (۰/۲۵)$$

$$\begin{aligned} (3,0) &\Rightarrow 4(3) - b = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow b = 12 \quad (۰/۲۵) \\ &\Rightarrow 9 + 3a - 4b = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = 13 \quad (۰/۲۵) \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = +\frac{3}{5} \quad (۰/۲۵), \cos \beta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = -\frac{12}{13} \quad (۰/۲۵)$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{-63}{65} \quad (۰/۲۵)$$

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۶/۰۶/۰۴
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (شهریور ماه) سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$D_f = [0, +\infty)$ (۰/۲۵) , $D_g = R - \{0\}$ (۰/۲۵) $D_{f \circ g} = \left\{ x \in D_g / g(x) \in D_f \right\} = \left\{ x \in R - \{0\} / \frac{1}{x} \in [0, +\infty) \right\} = (0, +\infty)$ (۰/۲۵) (الف) (ب) $\frac{f(1) - g(1)}{fg(1)} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (صفحات: ۵۸ و ۶۳ و ۶۵)	۱/۷۵
۹	$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - 3f(0) = \frac{2}{2} + \frac{1}{2} - 3 \times 1 = \frac{0}{2}$ (۰/۲۵) (صفحه: ۷۳)	۱
۱۰	(الف) $\frac{1}{2} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x} \times \frac{\tan x}{x} \times 1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$ (۰/۲۵) (ب) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3}-1}{4x-x^2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-3-1}{x(4-x)(\sqrt{x-3}+1)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{x(\sqrt{x-3}+1)} = \frac{-1}{8}$ (۰/۲۵) (ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x-2} = \frac{2}{0^-} = -\infty$ (۰/۲۵) (د) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sqrt{x^2+1}}{6x+7} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x }{6x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{6x} = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) (صفحات: ۹۰ و ۹۴ و ۹۵ و ۱۰۳ و ۱۱۴)	۳/۵
۱۱	$f(1) = 4$ (۰/۲۵) , $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = a+2$ (۰/۲۵) , $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2-2b$ (۰/۲۵) $a+2 = 2-2b = 4 \Rightarrow a=2$, $b=-1$ (۰/۲۵)	۱/۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۶ / ۰۶ / ۰۴
دانش آموزان روزانه ، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور (شهریور ماه) سال ۱۳۹۶	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \Rightarrow f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{2}}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{2(1-x)(x+1)} = \frac{1}{4}$ <p>(صفحه: ۱۳۳)</p>	۱
۱۳	<p>(الف)</p> $\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{31 - 13}{2 - 1} = 18$ <p>(ب)</p> $f'(x) = 2x + 1 \quad (0/25), \quad f'(2) = 5 \quad (0/25)$ <p>(صفحه: ۱۳۰)</p>	۱/۵
۱۴	<p>(الف)</p> $f'(x) = 2 \times \left(\frac{3x+1}{x}\right) \left(\frac{3(x)-1(3x+1)}{x^2}\right)$ <p>(ب)</p> $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x} (\tan 3x) + 3(1 + \tan^2 3x) \sin \sqrt{x}$ <p>(صفحات: ۱۴۰ و ۱۴۳)</p>	۲
۱۵	<p>(الف) ۱</p> <p>(ب) $(-\infty, 4)$</p> <p>(صفحات: ۱۳۵ و ۱۴۰)</p>	۰/۵

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.